

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ - ΦΑΣΗ Γ
ΚΥΡΙΑΚΗ 04 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2026
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΕΠΑΛ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΟΝΟΜΑ:	ΒΑΘΜΟΣ
ΕΠΩΝΥΜΟ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 04 – 01 – 2026	
ΤΜΗΜΑ:	
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Πανόπουλος Γιάννης	

Ελάχιστος Χρόνος Δυνατής Αποχώρησης: 1 ώρα και 30 λεπτά μετά τη λήψη των θεμάτων.
(να αριθμήσετε τις σελίδες των γραπτών σας)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = 1$.

Μονάδες 5

A2. Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A . Τι ονομάζουμε (πρώτη) παράγωγο της f ;

Μονάδες 5

A3. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

(α) Κάθε τοπικό μέγιστο είναι μεγαλύτερο από κάθε τοπικό ελάχιστο.

(β) Μία συνάρτηση λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$, όταν για κάθε x σε μία περιοχή του x_1 ισχύει $f(x) \leq f(x_1)$.

(γ) Ισχύει $\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}$ για κάθε συνάρτηση $f(x) > 0$.

(δ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε ισχύει $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)$.

(ε) Ισχύει $(\sin x)' = -\eta\mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^4 - 25x^2 + 144}{x^3 - 9x}$ και $g(x) = \frac{x - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$.

B1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

Μονάδες 6

B2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Μονάδες 6

B3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$.

Μονάδες 6

B4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) + g(x))$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ της οποίας η πρώτη παράγωγος έχει τύπο $f'(x) = 4x^4 + 5x^2 - 9$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και να βρείτε τις θέσεις των ακροτάτων της.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x - 1}$.

Μονάδες 5

Γ3. Να βρείτε για ποια x ο ρυθμός μεταβολής της f' είναι αρνητικός.

Μονάδες 7

Γ4. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f' στο σημείο $A(0, f'(0))$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3\alpha x^2 + 3\beta x + 2\alpha - 3\beta - 3$ με $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Δ1. Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει στη θέση $x = 1$ τοπικό ακρότατο με τιμή ίση με -4 και δέχεται οριζόντια εφαπτομένη στο σημείο $A(1, f(1))$, τότε να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 3$.

Μονάδες 6

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατά της.

Μονάδες 7

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $f(1, 79)$ και $f(2, 38)$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Δ4. Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου $\omega \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η συνάρτηση $g(x) = \begin{cases} \frac{f'(x) + f''(x) + 3}{3x - 6} & , \quad x \neq 2 \\ \omega^3 - 2 & , \quad x = 2 \end{cases}$ να είναι συνεχής στο $x = 2$.

Μονάδες 7

κ α λ ή ε π ι τ υ χ ί α